a) Prouver que (v_n) est une suite arithmétique.

b) Calculer v_n puis u_n en fonction de n.

4°/ Etudier ainsi la convergence de (u_n) .

Exercice 5 :

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ définie par :

$u_1=\frac{5}{2}$ et $\forall n\in\mathbf{N}^*,\ u_{n+1}=3-\frac{n}{2(n+1)}\cdot(3-u_n)$.

1°/ Prouver que $\forall n\in\mathbf{N}^*,\ u_n<3$.

2°/a) Justifier que : $u_{n+1}-u_n=\frac{n+2}{2(n+1)}(3-u_n)$.

b) Etudier ainsi la monotonie de (u_n).

3°/ Montrer que (u_n) est convergente.

4°/ On pose $v_n=n(3-u_n)$ où $n\in\mathbf{N}^*$.

a) Prouver que (v_n) est une suite géométrique.

b) Calculer v_n en fonction de n.

5°/a) En déduire le terme général de (u_n) .

b) Calculer ainsi la limite de (u_n) .

Exercice 6 :

On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies par :

$\begin{cases}u_0=1\\v_0=2\end{cases}$ et $\forall n\in\mathbf{N},\ u_{n+1}=\frac{3u_n+v_n}{4},\ v_{n+1}=\frac{u_n+3v_n}{4}$.

1°/Calculer u_1 et v_1.

2°/On pose pour tout entier n : $w_n=u_n-v_n$.

a)Prouver que (w_n) est une suite géométrique et déterminer sa raison.

b) En déduire que $\forall n\in\mathbf{N},\ u_n<v_n$.

3°/a) Etudier la monotonie de chacune des suites (u_n) et (v_n).

b) En déduire que : $\forall n\in\mathbf{N},\ u_n\geq 1$ et $v_n\leq 2$.

c) Justifier que (u_n) et (v_n) convergent vers la même limite l.